

# LGR — 1. semestrální test, 21. dubna 2022, 16:15 A

Jméno a příjmení:

1	2	3	Celkem

**Úloha 1 (5 bodů)** Rozhodněte, zda je daná formule logickým důsledkem dané množiny předpokladů. Pokud ano, sestrojte důkaz přirozenou dedukcí. Pokud ne, sestrojte pravdivostní ohodnocení, které slouží jako protipříklad.

$$p \Rightarrow (q \wedge r), \quad s \Rightarrow (\neg q \vee t), \quad r \Rightarrow \neg t \vdash p \Rightarrow \neg s$$

**Úloha 2 (5 bodů)** Dokažte platnost daného logického důsledku pomocí přirozené dedukce. Smíte použít zákon o vyloučení třetího (LEM), aniž byste ho odvozovali.

$$a \Rightarrow (b \vee \neg c), \quad \neg a \Rightarrow (d \vee \neg c) \vdash c \Rightarrow (b \vee d)$$

**Úloha 3 (5 bodů)** Jazyk predikátové logiky  $\mathcal{L}$  je zadaný následovně:

$$\begin{aligned} \text{Pred} &= \{Z\}, & ar(Z) &= 1 \\ \text{Func} &= \{a\}, & ar(a) &= 2 \\ \text{Kons} &= \emptyset. \end{aligned}$$

Uvažujte interpretaci jazyka  $\mathcal{L}$ :

$$\begin{aligned} U &= \mathbb{Z}_5 & [[a]] &: U \times U \rightarrow U \\ [[Z]] &= \{0\} & & (u, v) \mapsto (u + v) \bmod 5 \end{aligned}$$

tedy přirozená čísla 0, 1, 2, 3, 4 se sčítáním pod modulem, a kontext proměnných

$$\begin{aligned} \rho &: \text{Var} \rightarrow U \\ & x \mapsto 2. \end{aligned}$$

Pro každou z následujících formulí rozhodněte, zda je v dané interpretaci a kontextu proměnných pravdivá, či nikoliv. Svě rozhodnutí zdůvodněte.

$$\varphi := Z(x) \quad \psi := \exists x Z(x) \quad \chi := \forall y \exists z Z(a(y, z))$$